ORAN ORANTI

a nın b ye bölümüne $\left(\frac{a}{b}\right)$ oran, iki oranın eşitliğine orantı denir.

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ olmak üzere

$a = bk$
$c = dk$

$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow x = 2k$, $y = 3k$, $z = 5k$

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ olursa

$\frac{n.a + m.c}{n.b + m.d} = k$

$\frac{3a - c}{3b - d} = k$

$\frac{3a + 4c}{3b + 4d} = k$

1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 5$ ve $2a + 4c = 100$ olduğuna göre $b + 2d$ işleminin sonucu nedir?

$a = 5b$
$c = 5d$

$2a + 4c = 100 \Rightarrow 2.(5b) + 4.(5d) = 100$
$10b + 20d = 100$
$b + 2d = 10$

2) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ve $x^2 + y^2 + z^2 = 200$ olduğuna göre $x + y + z$ nedir? $(x, y, z > 0)$

$x = 3k$
$y = 4k$
$z = 5k \Rightarrow 9k^2 + 16k^2 + 25k^2 = 200$
$50k^2 = 200$
$k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$

$x = 3k \Rightarrow x = 6$
$y = 4k \Rightarrow y = 8$
$z = 5k \Rightarrow z = 10$
$\}\ x + y + z = 24$

3) $\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{6}$ ve $3a - b + c = 8$ olduğuna göre c nedir?

$a = 4k$
$b = 2k$
$c = 6k$

$3.(4k) - 2k + 6k = 8$
$12k - 2k + 6k = 8$
$16k = 8 \Rightarrow k = 1/2$

$c = 6k = 6.\left(\frac{1}{2}\right) = 3$

4) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3a - 5c}{3b + 45}$ olduğuna göre d nedir?

$\frac{3a - 5c}{3b - 5d} = \frac{3a - 5c}{3b + 45}$

$-5d = 45 \Rightarrow d = -9$

5) $\frac{a}{n} = \frac{b}{m} = \frac{c}{k} = \frac{1}{2}$

$3a + b - 2c = 4$
$3n - 2k = 5$ olduğuna göre m nedir?

$\frac{3a + b - 2c}{3n + m - 2k} = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{5 + m} = \frac{1}{2} \Rightarrow 5 + m = 8$, $m = 3$

6) $\frac{3}{a+1} = \frac{2}{2b+3} = \frac{4}{c-2}$ ve $a + 2b + c = 3$ olduğuna göre c nedir?

$\frac{3 + 2 + 4}{a + 1 + 2b + 3 + c - 2} = \frac{9}{a + 2b + c + 2} = \frac{9}{5} = k$

$\frac{4}{c-2} = \frac{9}{5}$

$\Rightarrow 20 = 9c - 18$
$38 = 9c$
$c = \frac{38}{9}$

7) $K+L+m=34$

$\frac{K}{L}=\frac{1}{4}$, $\frac{L}{m}=\frac{1}{3}$ olduğuna göre L nedir?

$\frac{K}{L}=\frac{1}{4}$ $\frac{L}{m}=\frac{1 \times 4}{3 \times 4}=\frac{4}{12}$

$K=1k$
$L=4k$
$m=12k$

$1k+4k+12k=34 \Rightarrow 17k=34 \Rightarrow k=2$

$L=4k=8$

8) $x,y,z \in Z^+$

$2x=3y$ ve $5y=4z$ ise $x+y+z$ toplamının en küçük değeri nedir?

$\frac{x}{y}=\frac{3 \times 2}{2 \times 2}=\frac{6}{4}$

$\frac{y}{z}=\frac{4}{5}$

$x=6k$
$y=4k$
$z=5k$
+
$x+y+z=15k=15$
$k=1$

9) Bir ilaç K, S, T maddeleri karıştırılarak yapılıyor. Karışımda

$\frac{K}{S}=\frac{1}{6}$, $\frac{S}{T}=\frac{1}{3}$ olduğuna göre 200gr. ilaç için K maddesinden kaç gr. kullanılır?

$\frac{K}{S}=\frac{1}{6}$

$\frac{S}{T}=\frac{1 \times 6}{3 \times 6}=\frac{6}{18}$

$K=1k$
$S=6k$
$T=18k \Rightarrow 25k=200$
$\Rightarrow k=8$

$K=1k=8$

10) Bir ressam kırmızı (K), yeşil (Y) ve beyaz (B) boyaları $\frac{K}{Y}=\frac{1}{3}$ ve $\frac{Y}{B}=\frac{1}{2}$ oranında karıştırarak 500 gr. lık bir karışım elde etmek istiyor.

Yeşil boyadan kaç gr. alması gerekir?

$\frac{K}{Y}=\frac{1}{3}$

$\frac{Y}{B}=\frac{1 \times 3}{2 \times 3}=\frac{3}{6}$

$K=1k$
$Y=3k$
$B=6k \Rightarrow 10k=500 \Rightarrow k=50$

$Y=3k=150$

11) $\frac{a+b}{a}=4$ ise $\frac{2a-b}{b+3a}$ işleminin sonucu nedir?

$a+b=4a$
$b=3a$

$\frac{2a-b}{b+3a}=\frac{2a-3a}{3a+3a}=\frac{-a}{6a}=-\frac{1}{6}$

12) $\frac{a+2b}{a}=4$ ve $\frac{b-c}{c}=3$ ise $\frac{a}{c}$ oranı nedir?

$\frac{a+2b}{a}=4 \Rightarrow a+2b=4a \Rightarrow 2b=3a$

$\frac{b-c}{c}=3 \Rightarrow b-c=3c \Rightarrow b=4c$

$\frac{b}{a}=\frac{3 \times 4}{2 \times 4}=\frac{12}{8}$

$\frac{b}{c}=\frac{4 \times 3}{1 \times 3}=\frac{12}{3}$

$a=8k$
$b=12k$
$c=3k \Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{8}{3}$

13) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=2$ ise $\frac{a.c.f}{b.d.e}$ nedir?

$$\frac{a.c.f}{b.d.e}=\left(\frac{a}{b}\right).\left(\frac{c}{d}\right).\left(\frac{f}{e}\right)=2.2.\frac{1}{2}=2$$

14) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=3$ ise $\left(\frac{a+b}{a}\right).\left(\frac{d+c}{d}\right)$ nedir?

$$\left(1+\frac{b}{a}\right).\left(1+\frac{c}{d}\right)=\left(1+\frac{1}{3}\right).\left(1+3\right)$$
$$=\frac{4}{3}.4=\frac{16}{3}$$

:) $a:b:c=x:y:z \Rightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$ dir.

15) $a:b:c=2:3:5$ ve $2a+b-c=12$ olduğuna göre c nedir?

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5} \Rightarrow$ $a=2k$, $b=3k$, $c=5k$

$4k+3k-5k=12 \Rightarrow 2k=12 \Rightarrow k=6$

$c=5k=30$

16) $ax=by=cz=\frac{1}{4}$ ve $a+b+c=3$ ise $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ nedir?

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{\frac{1}{4a}}+\frac{1}{\frac{1}{4b}}+\frac{1}{\frac{1}{4c}}$$
$$=4(\underbrace{a+b+c}_{3})=12$$

17) $x+\frac{1}{y}=16$ ve $y+\frac{1}{x}=\frac{4}{9}$ olduğuna göre $\frac{y}{x}$ nedir?

$$\left.\begin{aligned}x.y+1&=16y\\x.y+1&=\frac{4x}{9}\end{aligned}\right\}\quad 16y=\frac{4x}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x}=\frac{4}{9.16}=\frac{1}{36}$$

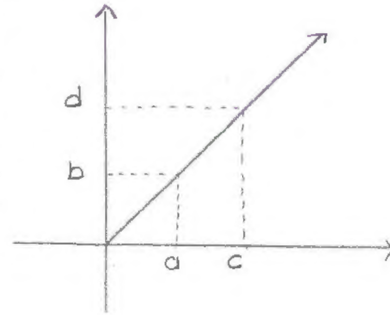
:) a,b,c sayıları ile dördüncü orantılı sayı $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ koşulunu sağlayan d sayıdır.

18) 4, 12, 9 sayıları ile dördüncü orantılı sayı x olduğuna göre x nedir?

$$\frac{4}{12}=\frac{9}{x} \Rightarrow x=27$$

• ORANTI ÇEŞİTLERİ

• Doğru orantı:



a ↘ b
c ↙ d

Doğru orantı

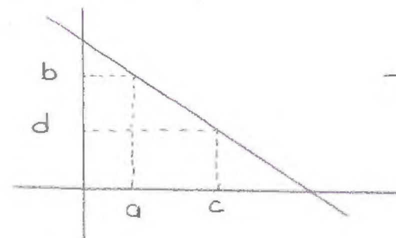
$a.d=b.c$

• a,b,c sayıları sırasıyla 2, 3, 5 ile doğru orantılı ise

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}$

$a=2k$
$b=3k$
$c=5k$

• Ters orantı:



a ⟶ b
c ⟶ d

Ters orantı

$a.b=c.d$

• a,b,c sayıları sırasıyla 2, 3, 5 ile ters orantılı ise

$a.2=b.3=c.5 \Rightarrow$

$a=\frac{k}{2}$

$b=\frac{k}{3}$

$c=\frac{k}{5}$ dir.

19) 8, 3, 4 sayıları ile ters orantılı olan üç sayı hangi sayılarla doğru orantılıdır?

$\frac{8.a}{24} = \frac{3.b}{24} = \frac{4.c}{24}$

$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{8} = \frac{c}{6}$ (3, 8, 6 ile orantılı)

19) 3, 10, 6 sayıları ile orantılı olan üç sayı hangi sayılarla ters orantılıdır?

$\frac{a}{3} = \frac{b}{10} = \frac{c}{6}$

$30.\left(\frac{a}{3}\right) = 30.\left(\frac{b}{10}\right) = 30.\left(\frac{c}{6}\right)$

$10a = 3b = 5c$ (10, 3, 5 ile ters orantılı)

20) 111 ceviz üç çocuğa 2 ve 4 sayıları ile doğru orantılı, 6 ile ters orantılı olarak paylaşıyorlar.

Buna göre en çok ceviz alan çocuk kaç ceviz almıştır?

$a = 2k$
$b = 4k$
$c = \frac{k}{6}$

$2k + 4k + \frac{k}{6} = 111$

$\frac{37k}{6} = 111 \Rightarrow k = 18$

$b = 4k = 4.18 = 72$

21) 485 m^2 lik bir arazi 9 ile doğru orantılı, 2 ve 5 ile ters orantılı olarak üç parçaya ayrılmıştır.

Buna göre en büyük parça kaç m^2 dir?

$a = 9k$
$b = \frac{k}{2}$
$c = \frac{k}{5}$

$9k + \frac{k}{2} + \frac{k}{5} = 485$

$\frac{90k + 5k + 2k}{10} = 485$

$\frac{97k}{10} = 485 \Rightarrow k = 50$

$a = 9k = 9.50 = 450$

22) 105 metre uzunluğundaki kumaş 3 ve 5 ile doğru, 2 ve 4 ile ters orantılı 4 parçaya ayrıldığında en kısa parça kaç metre olur?

$3k + 5k + \frac{k}{2} + \frac{k}{4} = 105$

$8k + \frac{k}{2} + \frac{k}{4} = 105$

$\frac{35k}{4} = 105 \Rightarrow k = 12$

en kısa $= \frac{k}{4} = \frac{12}{4} = 3$

23) Birbirini çeviren üç dişli çarktan biri 2 kez döndüğünde, ikincisi 3 kez, üçüncüsü 5 kez dönmektedir.

Toplam diş sayısı 124 ise küçük çarkta kaç diş vardır?

$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 124$
(15) (10) (6)

$\frac{31k}{30} = 124 \Rightarrow k = 120$

küçük çark: $\frac{k}{5} = \frac{120}{5} = 24$ diş vardır.

• **Bileşik orantı:**

:) a sayısı b sayısı ile doğru, c sayısı ile ters orantılı ise

$\left(\frac{a}{b}\right).c = k$

24) a sayısı b sayısı ile doğru, c sayısı ile ters orantılıdır.

b = 5, c = 16 iken a = 9 dur.

Buna göre b = 25, c = 144 ise a nedir?

$\frac{a}{b}.c = k \Rightarrow \frac{9}{5}.16 = k$

$\frac{a}{25}.144 = \frac{9}{5}.16 \Rightarrow a = 5$

25) a sayısı b ile doğru orantılı, $(b-1)^2$ ile ters orantılıdır.
a=3 için b=2 olduğuna göre b=3 için a nedir?

$\frac{a}{b}\cdot(b-1)^2 = k$

$\frac{3}{2}\cdot 1 = k \Rightarrow k = \frac{3}{2}$

$\frac{a}{3}\cdot(3-1)^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{4a}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{9}{8}$

:) $\frac{\text{I. yapılan iş}}{\text{II. yapılan iş}} = \frac{\text{I. işle ilgili iş dışındaki tüm verilerin çarpımı}}{\text{II. işle ilgili iş dışındaki tüm verilerin çarpımı}}$

26) Aynı güçteki 24 işçinin günde 4 saat çalışarak 9 günde bitirdiği işi, bu işçilerden 8 tanesi günde 6 saat çalışarak kaç günde bitirebilir?

$\frac{1}{1} = \frac{24\cdot 4\cdot 9}{8\cdot 6\cdot x} \Rightarrow x = 18$

27) Aynı güçteki 10 işçi günde 6 saat çalışarak 8 günde 50 takım elbise dikiyor. Buna göre bu işçilerden 12 tanesi günde 10 saat çalışarak 24 günde kaç takım elbise dikebilir?

$\frac{50}{x} = \frac{10.8.6}{12.10.24} \Rightarrow x = 300$

28) Eşit kapasiteli 8 işçi bir işi günde 12 saat çalışarak 3 günde 40 tane gömlek dikiyor. Buna göre bu işçilerden 4 tanesi, günde 3 saat çalışarak 6 günde kaç tane gömlek diker?

$\frac{40}{x} = \frac{8.12.3}{4.3.6}$

$\Rightarrow x = 10$

• Ortalama çeşitleri :

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ olmak üzere n tane sayının

aritmetik ortalaması $= \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

geometrik ortalama $= \sqrt[n]{x_1 . x_2 \ldots x_n}$

harmonik ortalama $= \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$

29) a ve b sayılarının geometrik ortalaması 3, aritmetik ortalaması ise 6 dır. Buna göre a^2 ve b^2 sayılarının aritmetik ortalaması nedir?

$\sqrt{a.b} = 3 \Rightarrow a.b = 9$

$\frac{a+b}{2} = 6 \Rightarrow a+b = 12$

$a+b = 12 \Rightarrow a^2+2ab+b^2 = 144$

$a^2+b^2+18 = 144$

$a^2+b^2 = 126$

$\frac{a^2+b^2}{2} = \frac{126}{2} = 63$

30) 7 sayının aritmetik ortalaması 19 dur. Bunlardan aritmetik ortalaması 15 olan 3 sayı çıkarılıyor.
Geriye kalan 4 sayının toplamı nedir?

7 sayının toplamı = 7.19 = 133

3 sayının toplamı = 3.15 = 45

Geriye kalan 4 sayının toplamı : 133 − 45 = 88

31) 15 tane sayının ortalaması 25 tir. Bu sayılara toplamı 300 olan 10 sayı ekleniyor.
Buna göre yeni ortalama nedir?

15 sayının toplamı : $15.25 = 375$

Yeni ortalama $= \dfrac{375+300}{15+10} = \dfrac{675}{25} = 27$

32) Bir öğrenci üç sınava girmiştir. İlk iki sınavının ortalaması 7 dir.
Üç sınavdan aldığı notların ortalaması 6 olduğuna göre bu öğrenci son sınavdan kaç almıştır?

sınavdan aldığı notlar: a, b, c

$\dfrac{a+b}{2} = 7 \Rightarrow a+b = 14$

$\dfrac{a+b+c}{3} = 6 \Rightarrow \underbrace{a+b}_{14}+c = 18 \Rightarrow c = 4$

33) a ile b sayılarının aritmetik ortalaması 15, a ile c sayılarının aritmetik ortalaması 17, b ile c sayılarının aritmetik ortalaması 23 olduğuna göre c kaçtır?

$\dfrac{a+b}{2} = 15 \Rightarrow a+b = 30$

$\dfrac{a+c}{2} = 17 \Rightarrow a+c = 34$

$\dfrac{b+c}{2} = 23 \Rightarrow b+c = 46$
+

$2a+2b+2c = 110$

$\underbrace{a+b}_{30}+c = 55$

$\Rightarrow c = 25$

34)

Puan	1	2	3	4	5
öğrenci sayısı	1	5	10	13	3

Yukarıdaki tablo bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavından aldığı puanların dağılımını göstermektedir.
Buna göre sınıfın bu sınavdaki puan ortalaması kaçtır?

$\dfrac{1.1+2.5+3.10+4.13+5.3}{1+5+10+13+3}$

$= \dfrac{1+10+30+52+15}{32} = \dfrac{108}{32} = \dfrac{27}{8}$

35) a ile b nin aritmetik ortalaması 15 tir. a ile geometrik ortalaması $6\sqrt{30}$, b ile geometrik ortalaması $6\sqrt{10}$ olan sayı nedir?

$\dfrac{a+b}{2} = 15 \Rightarrow a+b = 30$

$\sqrt{a.x} = 6\sqrt{30} \Rightarrow a.x = 36.30$

$\sqrt{b.x} = 6\sqrt{10} \Rightarrow b.x = 36.10$
+

$x.(a+b) = 36.40$

$x.30 = 36.40$ (12)

$\Rightarrow x = 48$

:) Ortalamalar arasındaki ilişki

H.O ≤ G.O ≤ A.O dır.

• A.O = H.O = G.O ise verilen sayılar birbirine eşittir.

36) Aritmetik ortalaması 15 olan iki doğal sayının geometrik ortalaması en fazla kaç olur?

H.O ≤ G.O ≤ $\underbrace{\text{A.O}}_{15}$

⇓

en fazla 15 olur.